



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО
ОБРАЗОВАНИЮ
ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ НОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И
АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА

Кафедра «Динамика и прочность машин»

Н.А. Малинина, Г.В. Малинин

**РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ РАМ
МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ**

Методические указания
по выполнению расчетно-графической работы

Дисциплина – «Строительная механика машин»
Специальность – 150301 «Динамика и прочность машин»

**Печатается по решению редакционно-
издательского совета ОрелГТУ**

Орел 2008

Авторы: д-р техн. наук, доц., проф. каф. «ДиПМ»
канд. техн. наук, доц. кафедры «ДиПМ»
Рецензент: канд. техн. наук, доц., проф. каф. «ДиПМ»

Н.А. Малинина
Г.В. Малинин
Е.Т. Кобяков

В методических указаниях изложена методика решения статически неопределимых рам методом перемещений. Для конкретного примера приведен алгоритм расчета статически неопределимой рамы методом перемещений. Подробно рассмотрен пример решения задачи. В приложении приведена таблица реакций и эпюр необходимая для расчета.

Методические указания по выполнению расчетно-графической работы предназначены студентам специальности 150301 «Динамика и прочность машин», изучающим дисциплины: «Вычислительная механика», «Строительная механика машин».

Редактор В.Г. Малинин
Технический редактор Е.А. Малинина

Орловский государственный технический университет
Лицензия ИД №00670 от 05.01.2000 г.

Подписано к печати 02.04.2008 г. Формат 60x80 1/16.
Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,0. Усл.печ. л. 1,0. Тираж 25 экз.
Заказ № _____

Отпечатано с готового оригинал-макета
в ООО «СтройИндустрияИнвест»,
302020, г. Орел, Наугорское шоссе, 29.

© ОрелГТУ, 2008

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1 Метод перемещений	5
2 Пример расчета.....	6
Список литературы.....	16
Приложение.....	17

ВВЕДЕНИЕ

Статически неопределимыми называются системы, в которых силовые факторы только из уравнений равновесия твердого тела определить нельзя. Для расчета таких систем необходимо к уравнениям равновесия добавлять уравнения деформаций. В уравнения равновесия в качестве неизвестных входят усилия, в уравнениях деформаций – перемещения. Для связи усилий и перемещений используется закон Гука. Уравнения равновесия, уравнения деформаций и закон Гука образуют полную систему уравнений.

В курсе сопротивления материалов и строительной механики рассматриваются малые деформации, поэтому полная система уравнений оказывается линейной. Если в качестве неизвестных выбираются усилия, то подобный подход называют *методом сил*, если перемещения – *методом перемещений*. Обычно в сопротивлении материалов и строительной механике не составляется совместная система уравнений статики и уравнений деформаций, а используется вспомогательная основная система.

1 МЕТОД ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Метод перемещений является вторым классическим методом расчета статически неопределимых систем. Он имеет формальное сходство с методом сил. Таким же образом выбирается основная система и составляется условие ее эквивалентности с заданной системой, хотя число основных неизвестных этого метода от степени статической неопределимости заданной системы не зависит.

Здесь основную систему получают не удалением, а добавлением новых связей, препятствующих угловой и линейной подвижности узлов. Числом этих связей и определяется число неизвестных метода перемещений, каковыми являются углы поворота жестких узлов и независимые линейные смещения всех узлов системы.

Число и вид неизвестных перемещений называют степенью кинематической неопределимости системы. Число и вид неизвестных перемещений выбирают так, чтобы через них достаточно легко могли быть выражены все прочие факторы системы, в частности внутренние усилия ее элементов.

При расчете рамных систем, состоящих из прямолинейных систем и имеющих как жесткие, так и шарнирные узлы, для получения основной системы метода перемещений необходимо ввести следующие дополнительные связи: угловые связи, препятствующие повороту узлов, в те из них, где нет полных шарниров; линейные связи, препятствующие линейным смещениям узлов системы.

Степень линейной подвижности узлов определяется из шарнирной схемы. Последняя получается из заданной путем введения полных шарниров во все жесткие узлы (опорные и неопорные). Затем в основной системе задают единичные перемещения по направлению поставленных связей и последовательно определяют реакции в этих связях от них и от внешней нагрузки. Если обозначить эти реакции через r_{kj} , а неизвестные перемещения по направлению добавленных связей через Z_k , суммарная реакция в первой добавленной связи в системе с n неизвестными перемещениями и учетом внешней нагрузки будет равна $r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + \dots + r_{1n}Z_n + R_{1P}$.

Реакции определяются по таблицам, составленным с привлечением метода сил (прил. 1).

Чтобы основная система была эквивалентна заданной, составляют уравнения равновесия, которые отрицают наличие реакций в добавленных связях. Например, для первой связи это уравнение имеет вид:

$$r_{11}Z_1 + r_{12}Z_2 + \dots + r_{1n}Z_n + R_{1P} = 0$$

Такие же уравнения составляют для других добавленных связей, что в целом дает систему канонических уравнений метода перемещений.

После решения системы уравнений при определении усилий используется принцип независимости действия сил. Так, изгибающие моменты определяются выражением:

$$M_p = M_1 Z_1 + M_2 Z_2 + \dots + M_n Z_n + M_p^0$$

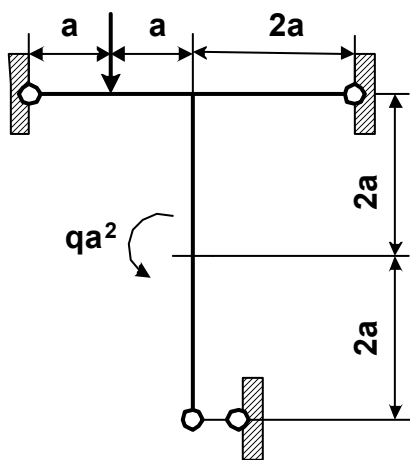
где M_k – ординаты эпюры в основной системе при единичных значениях перемещений Z_k ; M_p^0 – то же от внешней нагрузки.

Поперечные силы вычисляют по значениям изгибающих моментов, а продольные – по значениям поперечных сил с помощью уравнений равновесия. Весь алгоритм расчета покажем на конкретном примере.

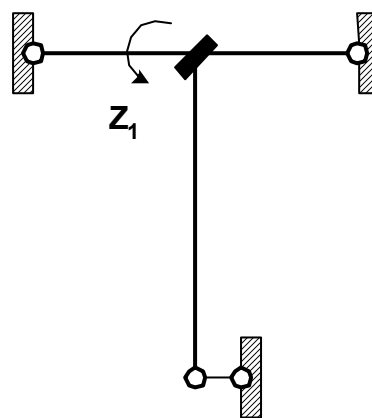
2 ПРИМЕР РАСЧЕТА

Расчетная схема представлена на рис. 1,а.

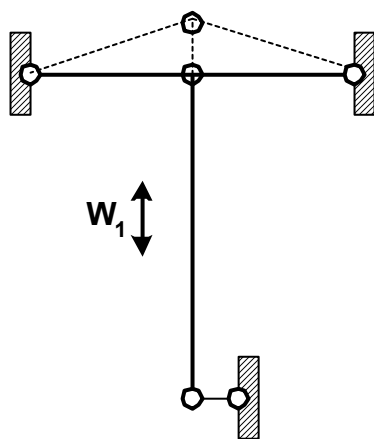
Требуется: Раскрыть статическую неопределимость методом перемещений и построить эпюры внутренних силовых факторов.



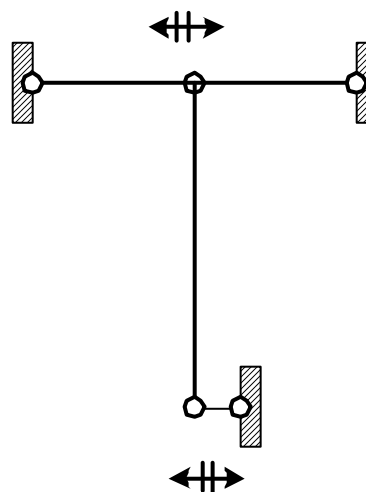
а)



б)



в)



г)

Рисунок 1

Решение

1 *Определение степени кинематической неопределенности и порядка канонической системы уравнений метода перемещений.* Каноническая система уравнений метода перемещений определяется количеством дополнительных угловых и линейных связей, которые нужно ввести в заданную расчетную схему (ЗРС) для того, чтобы обеспечить независимую работу однопролетных балок по изгибающему моменту и поперечным силам. Назначение связей проводится в два этапа:

- *на первом этапе* во все жесткие узлы ЗРС, кроме опорных, вводятся связи, запрещающие передачу через эти узлы изгибающего момента, так называемые «плавающие» заделки. Их особенностью является возможность линейного перемещения этой связи по плоскости. Поскольку введение связей запрещает повороты соответствующих узлов, на рис.1, б введено обозначение запрещенного углового перемещения Z_1 .

- *на втором этапе* (рис.1 в), проводится анализ, в ходе которого выявляются линейные степени свободы, которые обеспечивают совместную работу балок за счет передачи поперечных сил:

1. Из узлов ЗРС, включая опорные, удаляются все связи, ответственные за передачу изгибающего момента (рис.1, в);
2. Выявляются линейные степени свободы по вертикальному направлению, для чего анализируется возможность перемещения каждой цепочки узлов, лежащих на одной вертикали (рис.1, в); возможные степени свободы показаны двунаправленными стрелками; если степень свободы не реализуется, она перечеркивается;
3. Выявляются линейные степени свободы по горизонтальному направлению, для чего анализируется возможность перемещения каждой цепочки узлов, лежащих на одной горизонтали (рис.1, г).

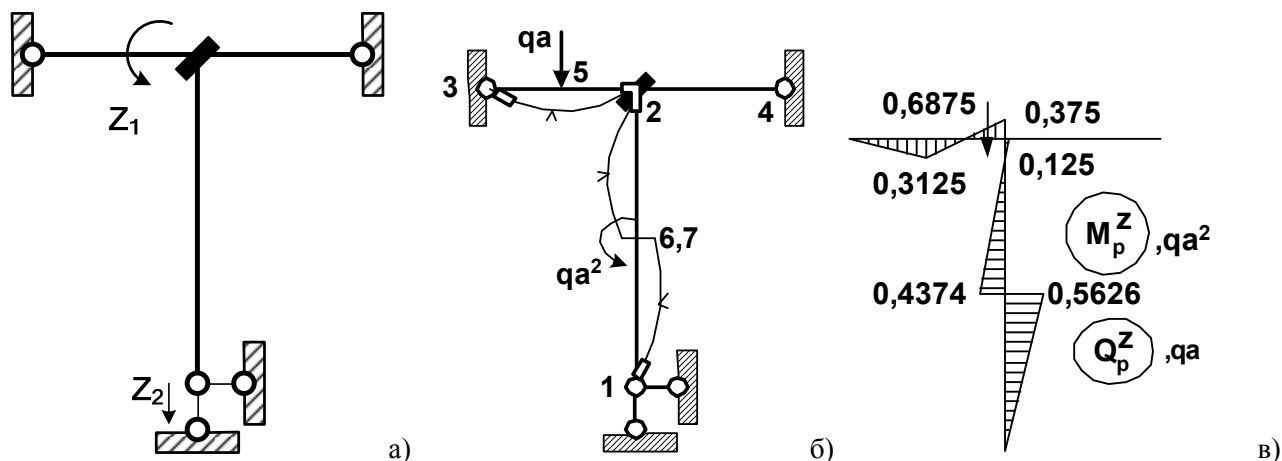


Рисунок 2

ЗРС с введенными дополнительными связями образует (рис.2,а) основную систему метода перемещений (ОСМП). Из данных (рис.2,а) следует, что для создания ОСМП потребовались одна угловая ($n_y=1$) и одна линейная ($n_l=1$) связи. Так, что степень кинематической неопределимости ЗРС определяется числом 2:

$$N = n_y + n_l = 2$$

Полученное значение кинематической неопределимости означает, что порядок канонической системы метода перемещений равен двум, что позволяет записать ее в следующем виде:

$$[r] \cdot \{Z\} + \{R\} = \{0\} \Rightarrow \sum_{i=1}^N r_{ij} Z_j + R_i = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Заметим, что используемые обозначения всех элементов канонической системы уравнений метода перемещений являются *традиционными* аналогично методу сил.

2 Построение грузовой и единичной эпюры метода перемещений. Особое внимание рекомендуется обратить внимание на подход, который позволяет строить эпюры изгибающего момента на балках ОСМП по их изогнутым осям. Если пометить растянутые волокна при изгибе (например, символом \surd), то с учетом характера внешней нагрузки легко построить и характер эпюры изгибающего момента (рис.2,б): если на участке оси балки распределенная нагрузка отсутствует, то характер эпюры – линейный, при наличии распределенной нагрузки постоянной интенсивности характер эпюры – параболический.

Наличие указанной информации позволяет *вначале* построить вид эпюры изгибающих моментов (без использования таблиц метода перемещений), а затем нанести значения ординат, воспользовавшись табличными данными. При таком подходе таблицы используются для *проверки* понимания студентом характера изгиба под действием нагрузки разного вида в конкретных условиях закрепления балки и «оцифровки» ординат. Это позволяет избежать часто встречающейся ошибки, которая заключается в том, что из таблицы выбирается эпюра, не соответствующая характеру нагружения. Подобная ошибка встречается при нагружении ОСМП единичными перемещениям по направлениям дополнительных связей.

При вычислениях по формулам таблиц метода перемещений (Приложение) следует помнить, что величины u, v, w являются *относительными*.

Для рассматриваемого примера описанный выше подход к построению «грузовой» эпюры в ОСМП (эпюры от нагрузки, приложенной в ЗРС) реализован на рис.2 б, в. Получение числовых данных для рис.2, в проводится по участкам, нагруженным в ЗРС и поясняется ниже.

На участке 2-3 характер эпюры линейный, поэтому эпюра изгибающих моментов строится по двум точкам. В соответствии с данными (Приложения, а) получаем:

$$ul = a \Rightarrow u = \frac{a}{l} = \frac{a}{2a} = 0,5 \Rightarrow v = 0,5$$

$$\alpha = v(1 - v^2)/2 = \frac{0,5(1 - 0,5^2)}{2} = 0,1875$$

$$\gamma = v(3 - v^2)/2 = \frac{0,5(3 - 0,5^2)}{2} = 0,6875$$

$$\delta = 0,5^2(3 - 0,5)/2 = 0,3125$$

$$M_{2-5} = \alpha Pl = \alpha \cdot qa \cdot 2a = 0,375qa^2$$

$$Q_{2-5} = \gamma P = 0,6875qa$$

$$Q_{3-5} = \delta P = 0,3125qa$$

$$M_{5-3} = Q_{3-5}l_{3-5} = 0,3125qa \cdot a = 0,3125qa^2$$

На участке 1-2 характер эпюры линейный с разрывом в точке приложения сосредоточенного момента. В соответствии с данными (Приложения, б) получаем

$$ul = 2a \Rightarrow u = \frac{2a}{l} = \frac{2a}{4a} = 0,5 \Rightarrow v = 0,5 \quad (v^2 < 1/3)$$

$$\alpha = (1 - 3v^2)/2 = \frac{1 - 3 \cdot 0,5^2}{2} = 0,125$$

$$\gamma = 3(1 - v^2)/2 = \frac{3(1 - 0,5^2)}{2} = 1,125$$

$$M_{2-6} = \alpha M = 0,125qa^2$$

$$Q_{2-6} = \gamma M / l_{2-1} = 1,125 \cdot qa^2 / 4a = 0,2813qa$$

$$M_{7-1} = Q_{2-6}l_{7-1} = 0,2813qa \cdot 2a = 0,5626qa^2$$

$$M_{6-2} = M - M_{7-1} = qa^2 - 0,5626qa^2 = 0,4374qa^2$$

На рис.3 представлены результаты нагружения ОСМП единичным перемещением по направлению связи Z_I .

Получение числовых данных проводим также по участкам, подвергшимся нагружению вследствие поворота узла 2.

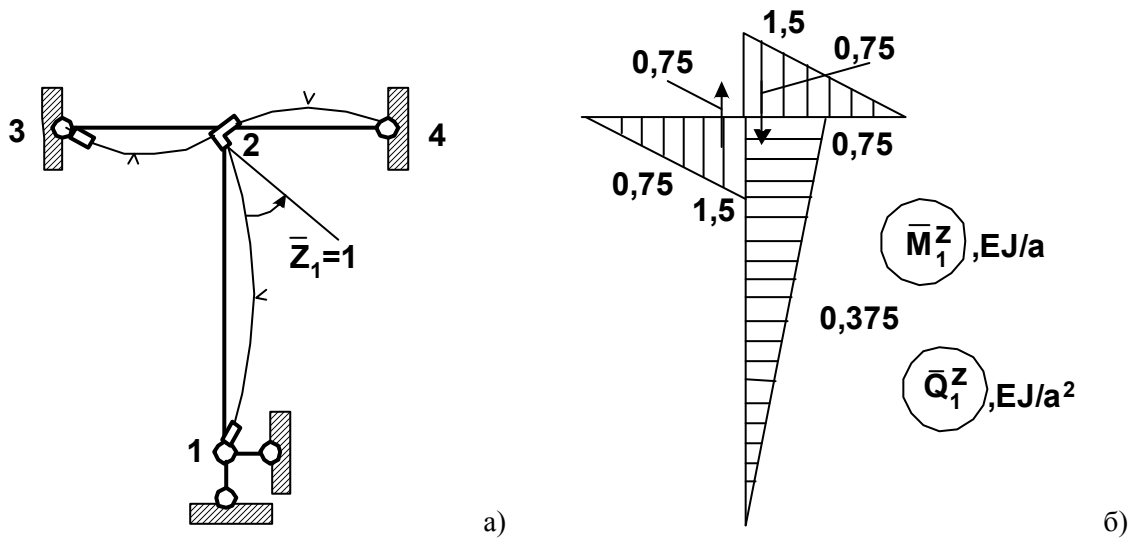


Рисунок 3

Для всех участков 1-2, 2-3 и 2-4 используем данные (Приложения, н)

$$\alpha = 3 \quad \gamma = 3$$

$$\bar{M}_{1,2-1}^z = \alpha EJ / l_{2-1} = 3EJ / 4a = 0,75EJ / a$$

$$\bar{M}_{1,2-3}^z = \alpha EJ / l_{2-3} = 3EJ / 2a = 1,5EJ / a$$

$$\bar{Q}_{1,2-3}^z = \gamma EJ / l_{2-3}^2 = 3EJ / (2a)^2 = 0,75EJ / a^2$$

$$\bar{M}_{1,2-4}^z = \alpha EJ / l_{2-4} = 3EJ / 2a = 1,5EJ / a$$

$$\bar{Q}_{1,2-4}^z = 3EJ / (2a)^2 = 0,75EJ / a^2$$

Заметим, что поперечное усилие вычисляется только на участках 2-3 и 2-4, так как на этих участках оно имеет направление реакции связи Z_2 .

На рис.4 представлены результаты нагружения ОСМП единичным перемещением по направлению связи Z_2 . Получение числовых данных проводим также по участкам, подвергшимся нагружению вследствие смещения узла 1.

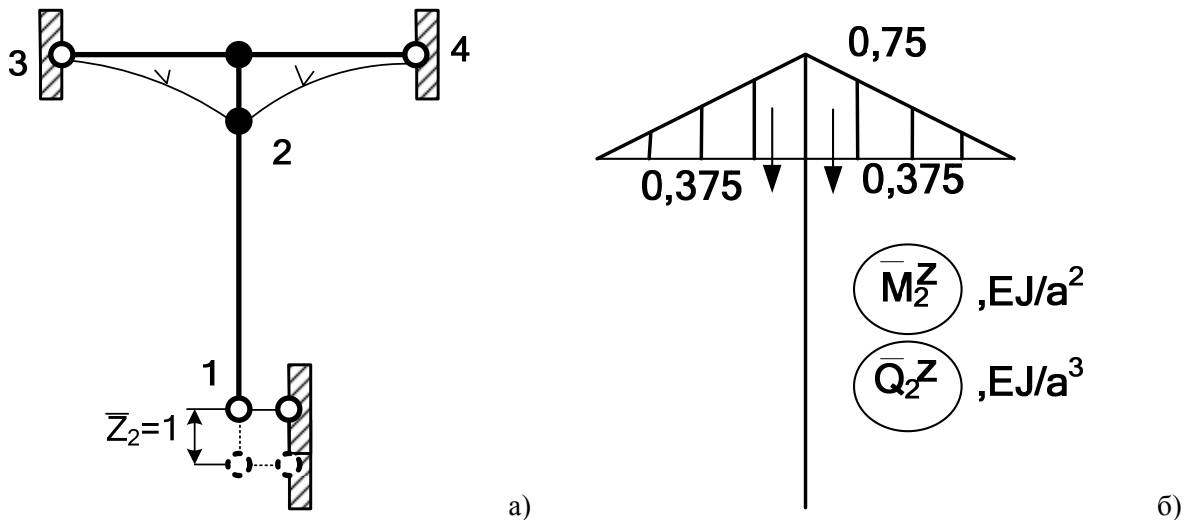


Рисунок 4

Для всех участков 2-3 и 2-4 используем данные (Приложения, л)

$$\alpha = 3 \quad \gamma = 3$$

$$\bar{M}_{2,2-3}^z = \alpha EJ / l_{2-3}^2 = 3EJ / (2a)^2 = 0,75EJ / a^2$$

$$\bar{Q}_{2,2-3}^z = \gamma EJ / l_{2-3}^3 = 3EJ / (2a)^3 = 0,375EJ / a^3$$

$$\bar{M}_{2,2-4}^z = \alpha EJ / l_{2-4}^2 = 3EJ / (2a)^2 = 0,75EJ / a^2$$

$$\bar{Q}_{2,2-4}^z = \gamma EJ / l_{2-4}^3 = 3EJ / (2a)^3 = 0,375EJ / a^3$$

3 Определение коэффициентов и свободных членов канонической системы уравнений (КСУ) метода перемещений. Для удовлетворения условий эквивалентности ЗРС и ОСМП требуется восстановить равновесие узлов с дополнительными связями, поскольку, запретив перемещения по направлениям, указанным на рис.2, а, мы не даем возможности ЗРС деформироваться так, чтобы достичь равновесия под действием приложенной системы сил. Именно из условия равновесия узлов по направлению реакций дополнительных связей и определяются коэффициенты и свободные члены КСУ метода перемещений.

Направления моментов при вырезании узлов определяется тем, что эпюры изгибающего момента в таблице метода перемещений построены на растянутых волокнах. *Направления поперечных сил* определяется правилом поворота оси участка к касательной на эпюре моментов, как это осуществляется при построении эпюры поперечных сил способом графического дифференцирования.

Направления реакций в дополнительных связях при их определении из условия равновесия узла рекомендуется принимать положительными, т.е. совпадающими с направлениями единичных перемещений.

При определении знаков слагаемых, определяющих реакции в дополнительных связях следует придерживаться следующего правила: *если усилие в сечении узла уравновешивает (по направлению) реакцию связи, то соответствующее слагаемое входит в выражение реакции со знаком плюс.*

Следует обратить особое внимание на то, что каждая эпюра на рис. 3-4 определяет столбец коэффициентов при неизвестных в КСУ метода перемещений, а эпюра рис. 2 – столбец ее свободных членов. Причем, несмотря на наличие теоремы о взаимности реакций ($r_{ij} = r_{ji}$), *настоятельно рекомендуется* пользоваться этим свойством **не для их вычисления, а для проверки правильности** вычисления этих коэффициентов из условия равновесия узлов. Сами же вычисления следует проводить в полном объеме для каждой из эпюр. Т.е., например, для эпюры рис.3 должны определены коэффициенты: r_{11}, r_{21} .

На рис. 5 приведены рисунки вырезанных узлов, из условия равновесия которых определяются коэффициенты *первого* столбца матрицы коэффициентов при неизвестных КСУ метода перемещений. Данные взяты с рис.3.

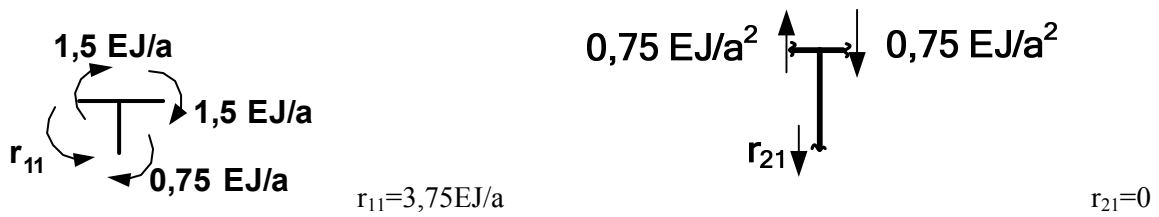


Рисунок 5

На рис.6 приведены рисунки вырезанных узлов, из условия равновесия которых определяются коэффициенты *второго* столбца матрицы коэффициентов при неизвестных КСУ метода перемещений. Данные взяты с рис.4.

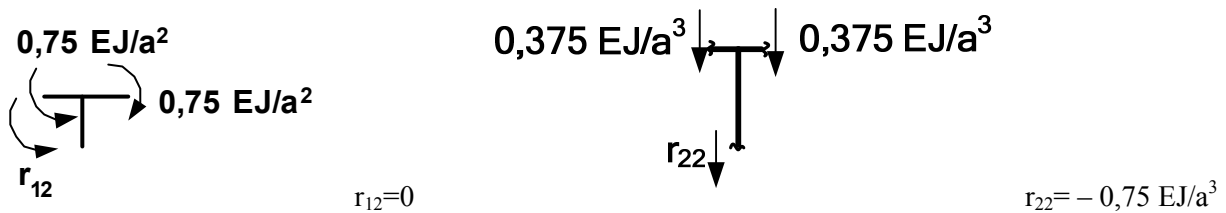


Рисунок 6

На рис.7 приведены рисунки вырезанных узлов, из условия, равновесия которых определяются свободные члены КСУ метода перемещений. Данные взяты с рис.2.

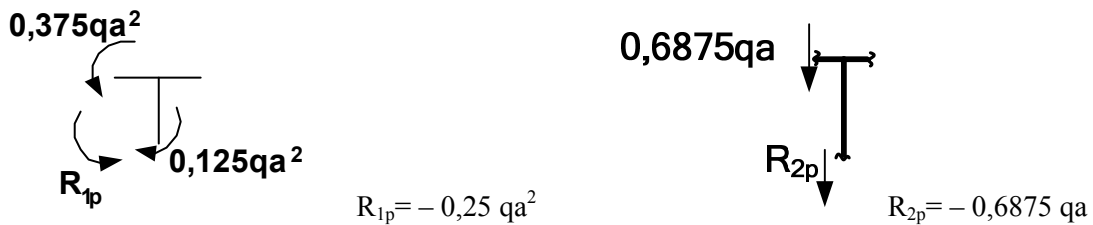


Рисунок 7

4 Формирование и решение канонической системы уравнений метода перемещений. Запишем матричную форму КСУ метода перемещений с учетом полученных значений коэффициентов при неизвестных и свободных членах:

$$\begin{pmatrix} 3,75 \cdot EJ/a & 0 \\ 0 & -0,75 \cdot EJ/a^3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,25 \cdot qa^2 \\ -0,6875 \cdot qa^2 \end{pmatrix} = 0$$

Решать систему можно любым известным студенту методом, целесообразно на этом этапе применить *Mathcad*. Решение КСУ дает следующие значения неизвестных, вычисленных с точностью до 4-х значащих цифр:

$$\begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,0667 \frac{qa^3}{EJ} \\ -0,9167 \frac{qa^4}{EJ} \end{Bmatrix}$$

5 Определение ординат эпюры изгибающего момента в заданной расчетной схеме. На рис. 8 приведены эпюры изгибающего момента от единичных перемещений и о нагрузки, а также система контролируемых сечений и схема учета знаков изгибающего момента на построенных эпюрах.

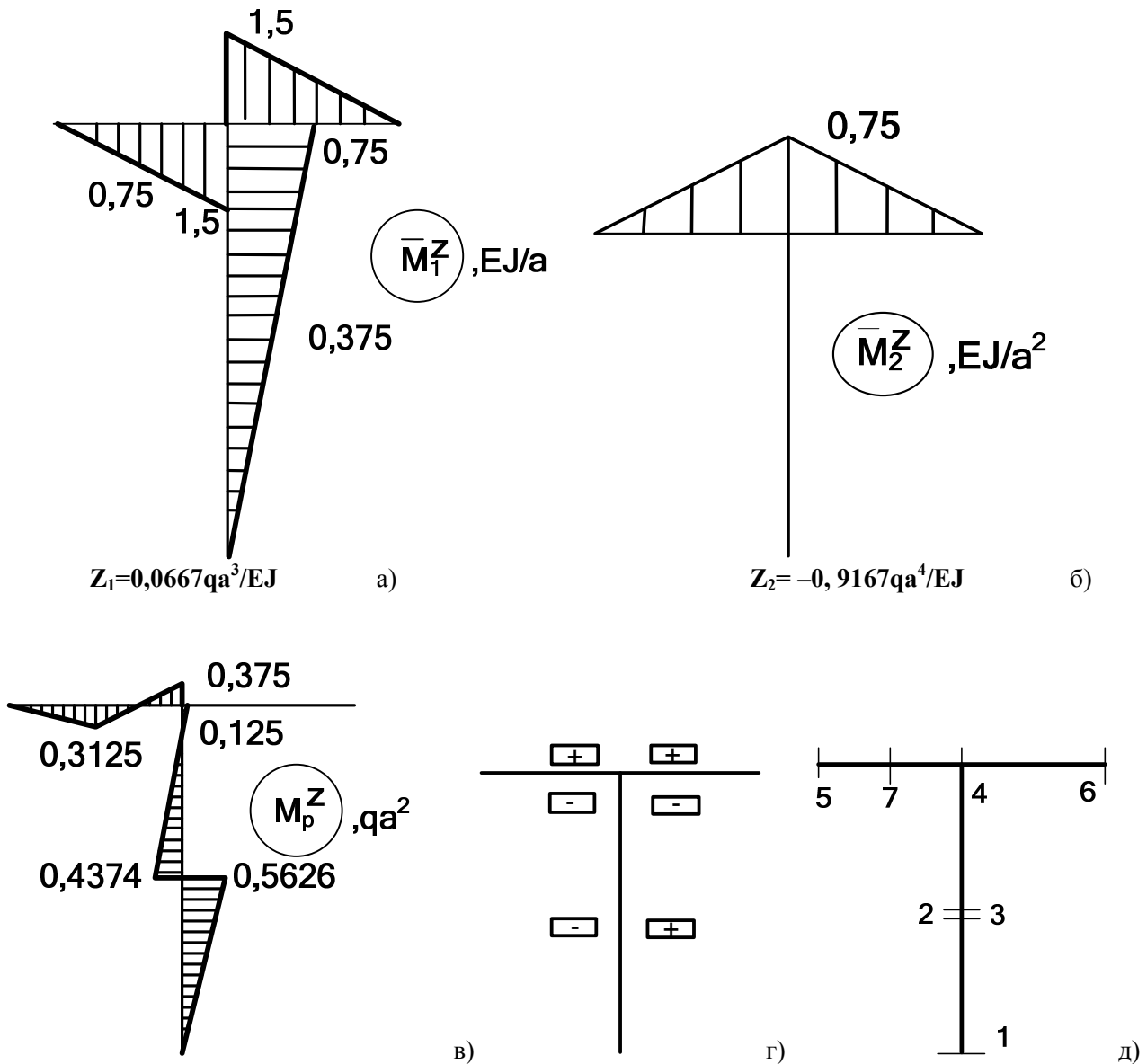


Рисунок 8

Эти данные, собранные в одном месте, облегчают получение эпюры изгибающего момента в ЗРС (эпюры $M_{ок}$) в соответствии с принципом наложения воздействий:

$$M_{ок} = M_p^z + \sum_{i=1}^N Z_i \bar{M}^{z_i}$$

Вычисления, соответствующие реализации этого принципа проводятся для моментов в контролируемых сечениях:

$$M_{1-2} = 0$$

$$M_{2-1} = qa^2 (0,375 \cdot 0,0667 + (-0,9167) \cdot 0 + 0,5626) = 0,5876qa^2$$

$$M_{3-4} = qa^2 (0,375 \cdot 0,0667 + 0 + (-0,4374)) = -0,4124qa^2$$

$$M_{4-3} = qa^2 (0,75 \cdot 0,0667 + 0 + 0,125) = 0,1750qa^2$$

$$M_{4-7} = qa^2 ((-1,5) \cdot 0,0667 + 0,75 \cdot (-0,9167) + 0,375) = -0,4125qa^2$$

$$M_{5-4} = 0$$

$$M_{4-6} = qa^2 (1,5 \cdot 0,0667 + 0,75 \cdot (-0,9167) + 0) = -0,5875$$

$$M_{6-4} = 0$$

Полученные результаты позволяют построить эпюру $M_{ок}$ изгибающих моментов в ЗРС (рис.9), которая представлена с учетом правила знаков, принятого на рис.8.

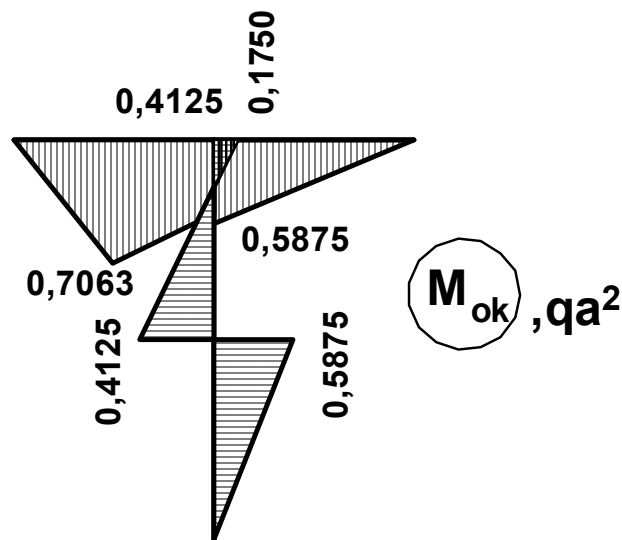


Рисунок 9

11 Построение эпюр Q и N .

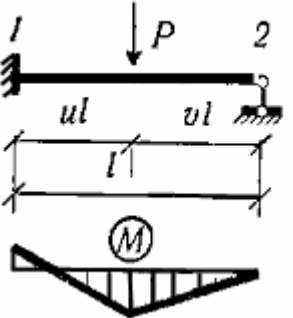
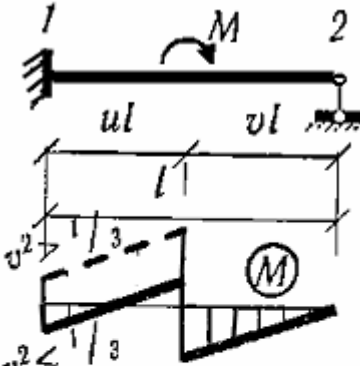
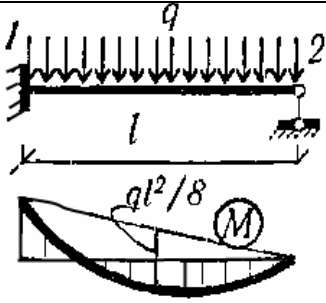
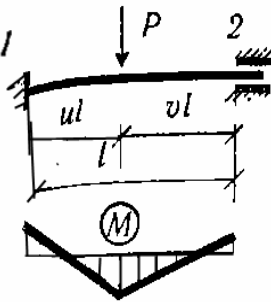

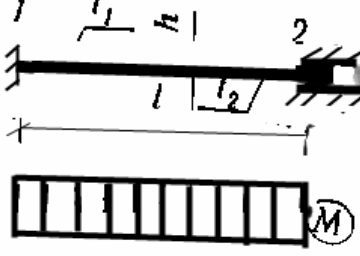
Эпюру Q строим по эпюре $M_{ок}$ методом графического дифференцирования, N – по Q .

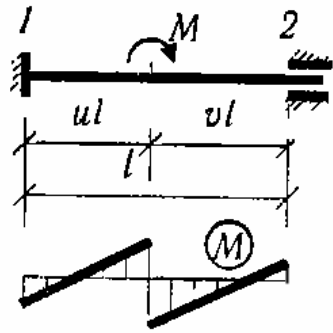
Заметим, что в конце расчета расчетная схема и все эпюры должны находится на **одной** странице.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Писаренко, Г.С. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко.–Киев. Высш.шк., 1986. - 775с.
2. Смирнов, А.Ф. Строительная механика. Стержневые системы / А.Ф.Смирнов – М.: Стройиздат, 1981г. – 511с.
3. Теличко, Г.Н. Основы строительной механики плоских стержневых систем / Г.Н. Теличко / – Тула: Изд-во Тул. гос. ун-та, 2004 г. – 440с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

 <p>a)</p> $\alpha = v(1 - v^2) / 2;$ $\gamma = v(3 - v^2) / 2;$ $\delta = u^2(3 - u) / 2;$ $M_1 = \alpha P l$ $Q_1 = \gamma P;$ $Q_2 = \delta P.$	 <p>б)</p> $\alpha = (1 - 3v^2) / 2;$ $\gamma = 3(1 - v^2) / 2;$ $M_1 = \alpha M;$ $Q_1 = \gamma M / l.$	 <p>в)</p> $\alpha = 1 / 8;$ $\gamma = 5 / 8;$ $\delta = 3 / 8;$ $M_1 = \alpha q l^2;$ $Q_1 = \gamma q l;$ $Q_2 = \delta q l.$	 <p>г)</p> $\alpha = uv^2;$ $\beta = vu^2;$ $\gamma = v^2(1 + 2u);$ $\delta = u^2(1 + 2v);$ $M_1 = \alpha P l; \quad M_2 = \beta P l;$ $Q_1 = \gamma P; \quad Q_2 = \delta P.$
 <p>д)</p> $\beta = t_1 - t_2 > 0; \quad \gamma = 3 / 2;$ $M_1 = \gamma \alpha \beta E J / h;$ $Q_1 = \gamma \alpha \beta E J / (h l) = Q_2.$	$\alpha_{\text{стали}} = 1,3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{°C}};$ $\alpha_{\text{алюминия}} = 2,0 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{°C}}$	 <p>е)</p> $\beta = t_1 - t_2 > 0;$ $M_1 = \alpha \beta E J / h = M_2$ $Q_1 = 0 = Q_2.$	



$$\alpha = v(2 - 3v);$$

$$\beta = u(2 - 3u);$$

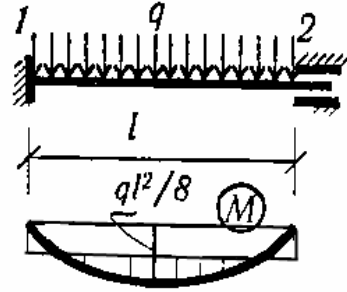
$$\gamma = 6uv;$$

$$M_1 = \alpha M;$$

$$M_2 = \beta M;$$

$$Q_1 = Q_2 = \gamma M / l.$$

ж)



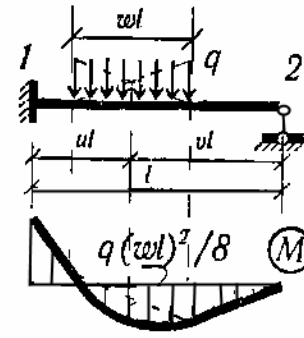
$$\alpha = 1/12;$$

$$\gamma = 1/2;$$

$$M_1 = M_2 = \alpha ql^2;$$

$$Q_1 = Q_2 = \gamma ql.$$

з)



$$\alpha = \frac{1}{2} uvw \left(1 + v - \frac{w^2}{4u} \right);$$

$$\gamma = vw + \alpha;$$

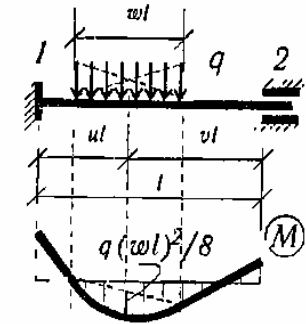
$$\delta = uw - \alpha;$$

$$M_1 = \alpha ql^2;$$

$$Q_1 = \gamma ql;$$

$$Q_2 = \delta ql.$$

и)



$$\alpha = w \left[uv^2 - w^2(2v - u) / 12 \right];$$

$$\beta = w \left[vu^2 - w^2(2u - v) / 12 \right];$$

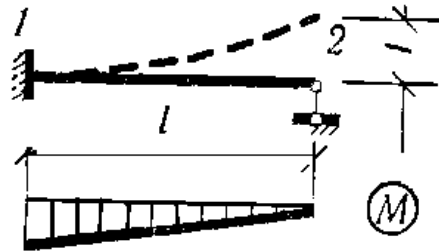
$$\gamma = vw + \alpha - \beta;$$

$$\delta = uw - \alpha + \beta;$$

$$M_1 = \alpha ql^2; \quad M_2 = \beta ql^2;$$

$$Q_1 = \gamma ql; \quad Q_2 = \delta ql.$$

к)

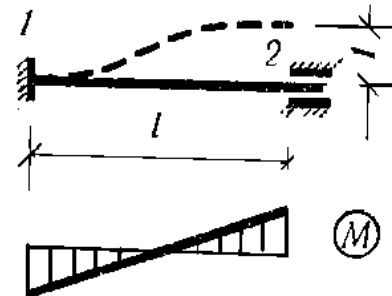


$$\alpha = 3; \quad \gamma = 3;$$

$$M_1 = \alpha EJ / l^2;$$

$$Q_1 = \gamma EJ / l^3 = Q_2$$

л)

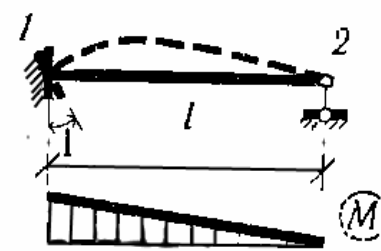


$$\alpha = 6; \quad \gamma = 12;$$

$$M_1 = M_2 = \alpha EJ / l^2;$$

$$Q_1 = Q_2 = \gamma EJ / l^3$$

м)

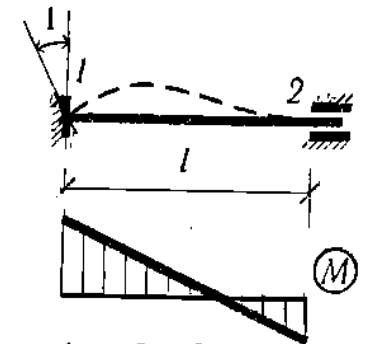


$$\alpha = 3; \quad \gamma = 3;$$

$$M_1 = \alpha EJ / l;$$

$$Q_1 = \gamma EJ / l^2 = Q_2$$

н)



$$\alpha = 4; \quad \beta = 2; \quad \gamma = 6;$$

$$M_1 = \alpha EJ / l; \quad M_2 = \beta EJ$$

$$Q_1 = \gamma EJ / l^2 = Q_2.$$

о)